

Estudio de los movimientos en matemáticas (1)

MARIANO REAL PÉREZ

Queremos comenzar la sección de este número felicitando al equipo de dirección anterior de la revista *Suma⁺* por su dedicación a lo largo de estos cuatro años y por todo lo que han aportado a esta publicación durante este tiempo. De la misma forma, queremos desearle al nuevo equipo todo lo mejor en el camino que han comenzado y en el que, a buen seguro, sabrán realizar nuevas aportaciones y seguir aumentando la calidad que año tras año ha ido adquiriendo *Suma⁺*. En esta tarea, nos unimos a estos deseos intentando aportar nuestro granito de arena desde esta sección.

No podemos dejar pasar todos estos movimientos que se han producido en *Suma⁺* para tratar precisamente eso... los movimientos y algunas aplicaciones y referencias TIC con los que se puedan enseñar y estudiar los mismos en el aula de matemáticas. Para el presente artículo nos hemos centrado en los movimientos en el plano, dejando para otra ocasión los movimientos en el espacio.

En esta ocasión vamos a referenciar varios recursos sobre los que daremos algunas pinceladas a modo de introducción. El caso de no tratar una en concreto es debido a que podemos encontrar muchas referencias, tanto de aplicaciones como en Internet, para esta temática. Hemos seleccionado tres que

MatemásTIC

pueden ser muy representativas y con las que se cubre la temática completa. Las tres referencias tienen una característica común y es que, dado que son aplicaciones basadas en *HTML*, *Flash* y *Java*, pueden ser utilizadas con sistemas *Linux* y *Windows*, ya que su ejecución no depende del sistema operativo que se esté utilizando. Las aplicaciones que vamos a presentar en esta ocasión son las siguientes.

Movimientos en el plano

Comenzamos con la primera de las aplicaciones que vamos a tratar que se denomina «Movimientos en el plano». Este software fue creado por las profesoras Teresa Ruiz Sánchez, Pilar Álvarez López-Romero y Arantxa Cortabarría Aguirre. Además, en el año 2003 recibió el premio a materiales educativos interactivos del Ministerio de Educación. Este material está disponible en la siguiente dirección para ser utilizado directamente:

<http://www.ite.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2003/movimientos/>

También puede ser descargado para utilizarlo en el aula sin necesidad de conexión a internet:

http://descargas.pntic.mec.es/contenidos/premios_curriculares/2004/zip_2004/movimientos_plano.zip

Esta Aplicación web nos ayuda a explicar los conceptos básicos sobre transformaciones en el plano: traslaciones, giros, simetrías, homotecias. Con ella también podemos estudiar los frisos y las teselaciones del plano. Todo ello de una manera interactiva y muy visual.

Cuando accedemos a la aplicación según la primera dirección anteriormente citada nos encontramos con la pantalla que observamos en la imagen 1.

En la parte inferior derecha de esa imagen observamos que aparece la palabra inicio. A medida que vayamos avanzando en las distintas pantallas, en esa posición nos aparecerá el recorrido que vamos realizando de forma que no nos sintamos perdidos y sepamos en todo momento cómo hemos llegado hasta el lugar en que nos encontramos.

Como podemos observar en la imagen 1, la aplicación nos sirve para trabajar con cada uno de los tipos de transformaciones planas: traslación, rotación, simetría axial, simetría central y homotecia. También aborda otros capítulos aparte dedicados a los frisos, los mosaicos y las simetrías propias.

Simetría axial

El tratamiento de cada una de las transformaciones en el plano se trata a lo largo de la aplicación siguiendo páginas y un camino parecido. Así, nosotros nos vamos a fijar en una de esas transformaciones, por ejemplo la simetría axial. Vamos a recorrer la aplicación de la mano de ella y vamos a observar que nos ofrece la misma para su utilización en el aula, tanto como profesores como para nuestro alumnado.

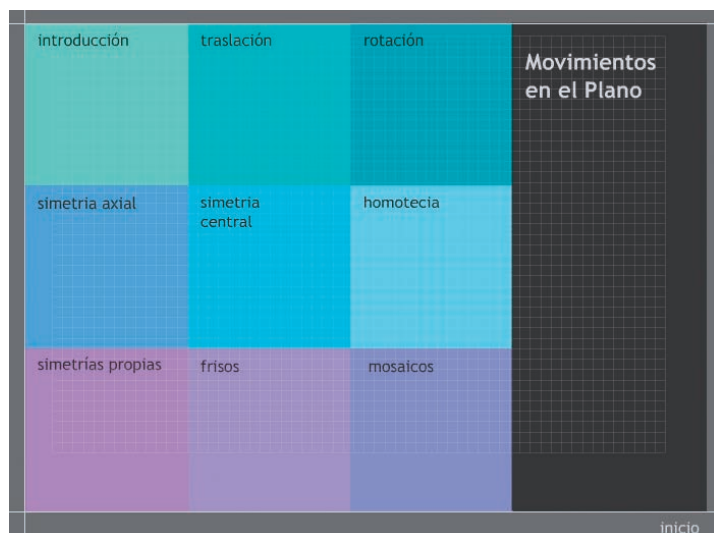


Imagen 1. Pantalla inicial de Movimientos en el plano

Si pulsamos sobre «simetría axial» nos aparece la pantalla que observamos en la imagen 2.

Antes de adentrarnos en los puntos que se tratan en referencia a la simetría axial, vamos a llamar la atención sobre tres características generales que aparecen en la pantalla que observamos en la imagen 2 y que son las siguientes:

A. En la parte superior derecha aparece el nombre de la aplicación que estamos tratando.

B. En la parte superior de la pantalla aparece el botón inicio. En esta zona aparecerán distintos botones con el recorrido que hemos realizado en cada momento para llegar hasta la pantalla en la que nos encontremos actualmente, de forma que con un único clic podamos regresar hasta cualquier pantalla de las vistas en el recorrido realizado.

C. En la parte inferior derecha aparece ahora la lectura «inicio > simetría axial» que nos informa sobre el recorrido que hemos realizado en este momento. Esta lectura irá aumentando a medida que vayamos adentrándonos en cualquiera de las opciones que nos ofrece la aplicación.

Ya dentro de los contenidos propios que se refieren a la simetría axial y que aparecen en la pantalla de la imagen 2, las opciones que en ella se nos ofrecen las tratamos en los siguientes puntos:

Qué es. La pantalla a la que accedemos desde esta opción nos ofrece una definición de la transformación que se esté tratando en ese momento junto con una animación que apoya dicha definición. Esta definición se recorre paso a paso con botones que sirven de guía. Además, se recoge a modo informativo alguna cuestión que sería conveniente que el alumnado recordara. Por otra parte también se apa-

rece alguna pregunta tipo test sobre la definición que se ha proporcionado y que el alumnado responderá seleccionando la opción o las opciones adecuadas.

Parámetros básicos. La pantalla a la que accedemos nos informa sobre los parámetros o elementos básicos que se deben conocer para tener definida la transformación que se esté tratando. En este caso que nos ocupa, sería la recta con la que se define la simetría axial. En esta pantalla también aparece alguna pregunta tipo test sobre la información que se ha ofrecido en relación a los parámetros básicos.

Propiedades. En esta parte de la aplicación se ofrecen las propiedades de la transformación que se esté viendo en ese momento. Estas propiedades van apareciendo una a una y el alumnado va haciendo un recorrido por ellas. Cada propiedad se refuerza con una animación que hace comprender mejor dicha propiedad.

Transformación inversa. En este caso se explica la transformación inversa de la que estemos aplicando en ese momento. En la imagen 3 podemos observar la pantalla que aparece en este caso en la simetría axial.

En esa misma imagen observamos que en esa pantalla aparece alguna pregunta tipo test en la que el alumnado podrá seleccionar la respuesta o las respuestas adecuadas. Además, tanto si son verdaderas

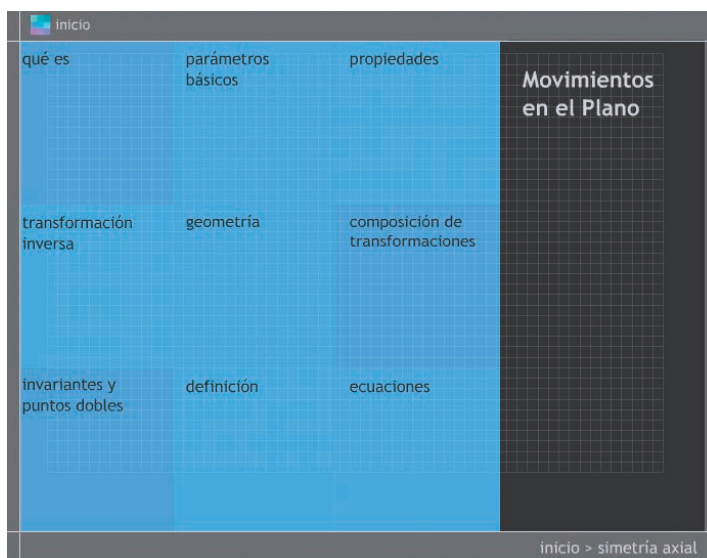


Imagen 2. Pantalla correspondiente a simetría axial

como si no, posteriormente se explica a través de una animación.

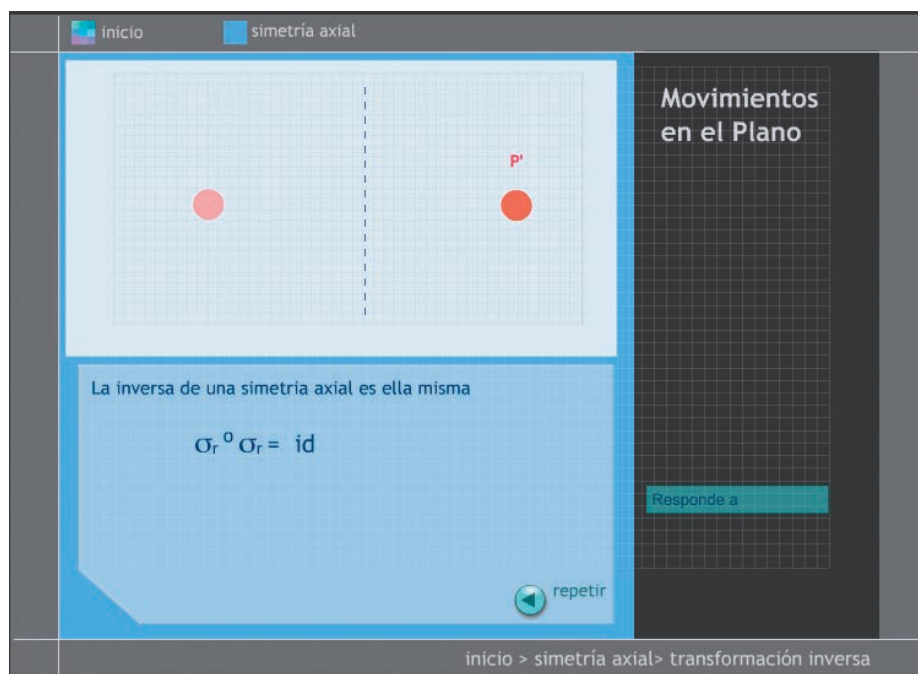
Geometría. Uno de los rasgos más destacados de esta aplicación es lo visual y atractiva que resulta para la explicación y aprendizaje de los movimientos en el plano. En este caso nos encontramos en la parte más visual de todas. Al adentrarnos en esta opción aparece la pantalla que reproducimos en la imagen 4 (pág. siguiente).

En esta parte se ofrece la posibilidad de poder aplicar la transformación seleccionada a distintas figuras. En cada una de las opciones vamos a poder elegir la disposición de los elementos básicos de la transformación seleccionada. En nuestro caso, dado que estamos tratando la simetría axial, las posibilidades que nos van a ofrecer, por regla general, son si la

recta es exterior o no a la figura que queremos transformar y si es vertical u horizontal. Esas figuras que se nos indican en la pantalla de la imagen 4 son:

Puntos y rectas. En este caso la transformación se aplica a elementos básicos del plano. Un ejemplo de esta transformación la observamos en la parte superior izquierda de la imagen 5.

Figuras geométricas regulares. La transformación se aplica a distintas figuras geométricas regulares: circunferencia, triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono y hexágono cóncavo. Un ejemplo de esta transformación la observamos en la parte superior derecha de la imagen 5.



Cuales de estas afirmaciones son ciertas ?

- Si aplicamos una simetría axial un número par de veces, obtendremos la misma figura.
- Si aplicamos una simetría axial un número impar de veces, obtendremos la figura simétrica.
- Como la inversa de una simetría axial es ella misma, ésta no tendrá efecto sobre la simétrica de la figura.

Imagen 3. Transformación inversa de una simetría axial y pregunta ofrecida

Figuras geométricas irregulares. En este caso nos ofrecen hasta 6 figuras irregulares a las que poder aplicarle la transformación geométrica seleccionada. Un ejemplo de esta transformación la observamos en la parte inferior izquierda de la imagen 5.

Otras figuras. En esta pantalla se ofrece la posibilidad de aplicar la transformación a otras figuras como una mariposa, una hoja... Un ejemplo de esta transformación la observamos en la parte inferior derecha de la imagen 5.

Composición de transformaciones. En esta zona de la aplicación se muestra la transformación que resultaría al aplicar dos transformaciones como las que se están viendo.

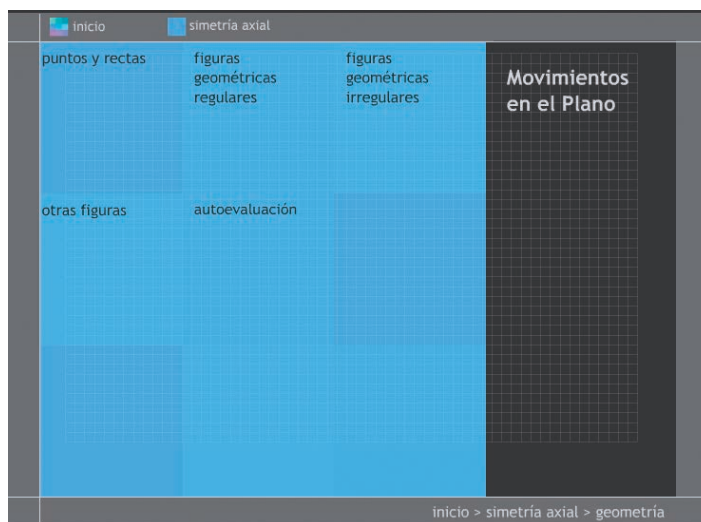


Imagen 4. Pantalla de Geometría

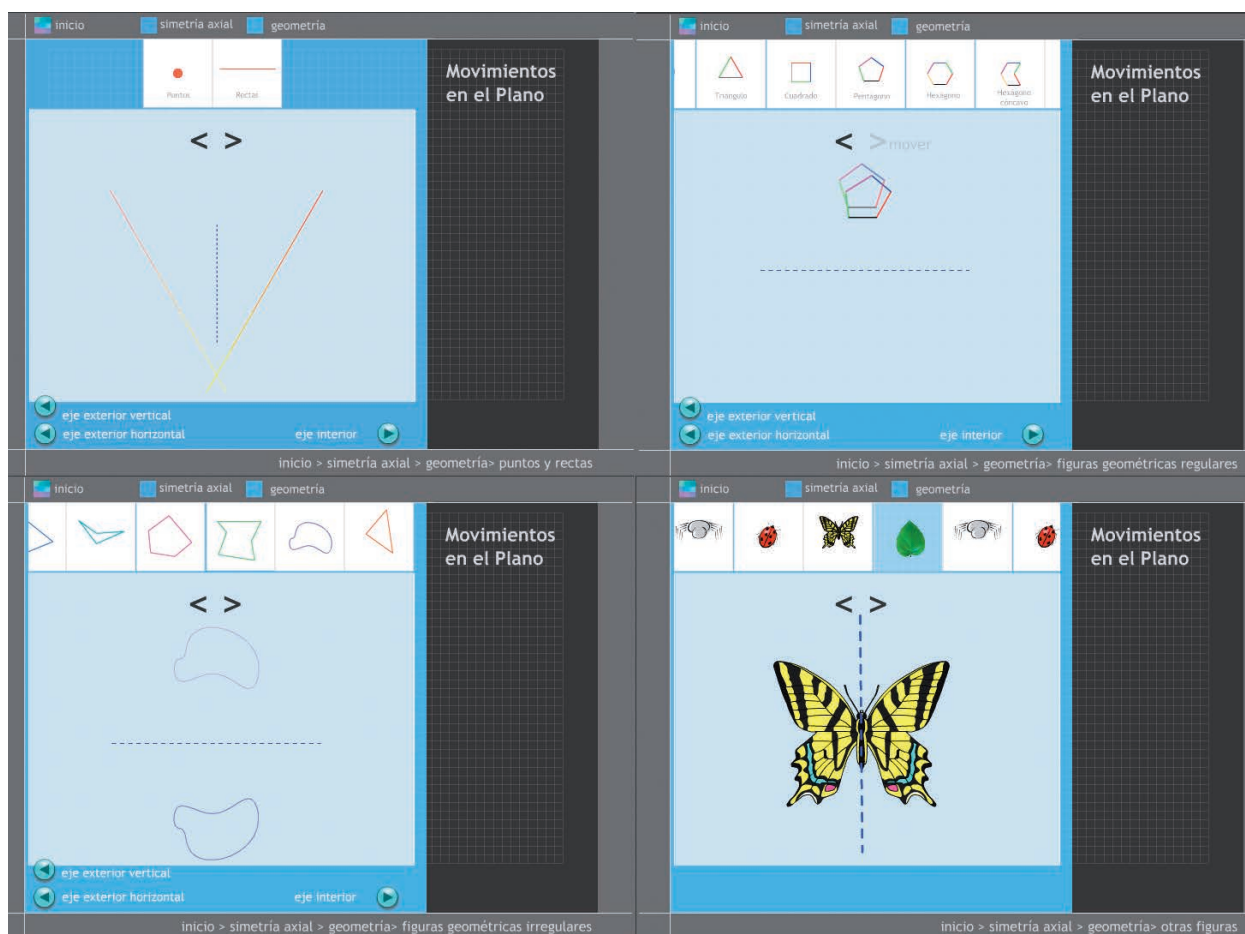


Imagen 5. Transformación aplicada a distintas figuras

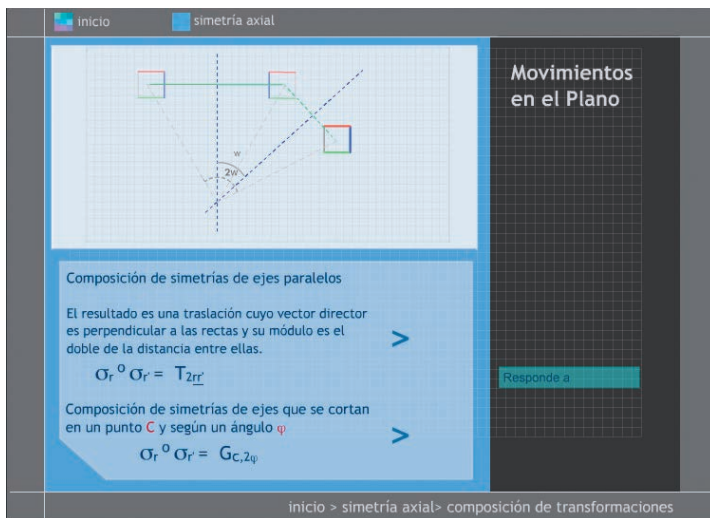


Imagen 6. Composición de dos simetrías axiales

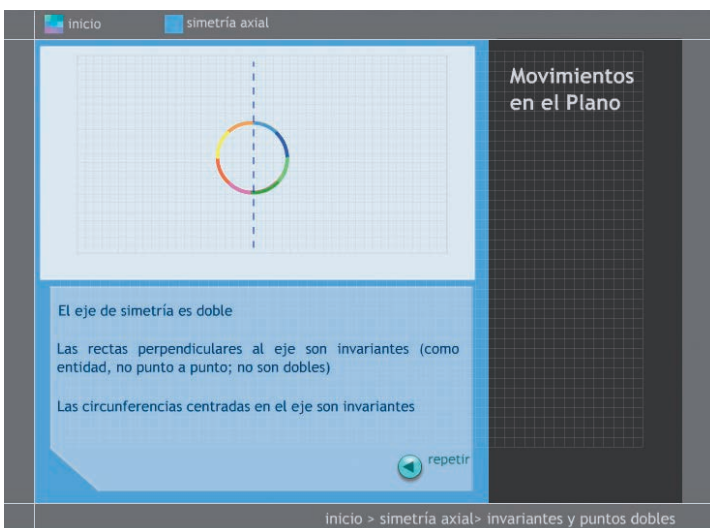


Imagen 7. Algunas figuras invariantes por la simetría axial

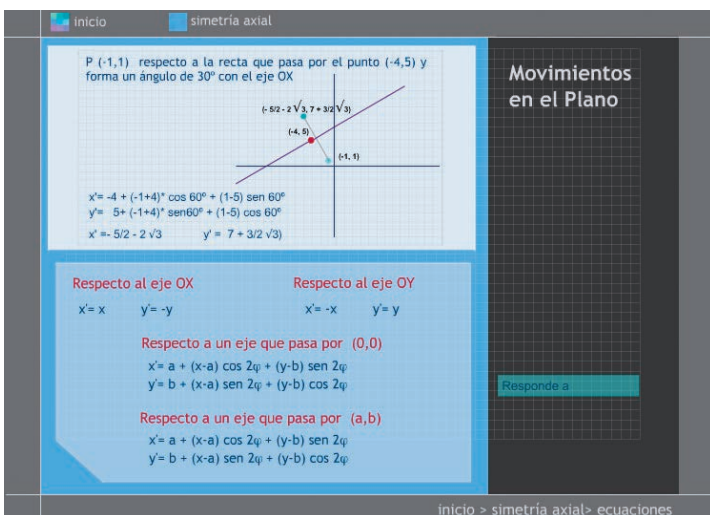


Imagen 8. Ecuaciones de la simetría axial

En nuestro caso dos simetrías axiales. En la Imagen 6 podemos ver la pantalla que aparece. Dependiendo de la posición en la que se encuentren las rectas de cada una de las simetrías aplicadas nos puede resultar una traslación o un giro como se observa en dicha imagen. Además, el resultado se muestra como una animación en la que se observa perfectamente el resultado de la composición.

Invariantes y puntos dobles. Aquí la aplicación nos conduce a una pantalla en la que se profundiza un poco más en el conocimiento del movimiento que se esté estudiando. En este caso, como observamos en la imagen 7, se aporta información guiada y visual sobre algunas figuras y puntos que no varían tras aplicarle el movimiento estudiado. En nuestro caso, la simetría axial.

Definición. En esta zona de la aplicación se ofrece una definición formal del movimiento en cuestión como una función transformadora del plano.

Ecuaciones. En esta parte se trata el movimiento desde el punto de vista analítico, indicando las ecuaciones del mismo. En la imagen 8 observamos la zona correspondiente a la simetría axial.

Frisos

Todos los puntos que hemos desarrollado para la simetría axial coinciden con los puntos que desarrolla la aplicación para cada una de las transformaciones del plano. Si volvemos a la pantalla de la aplicación que veíamos en la imagen 1, en su última línea aparecía una zona especial dedicada a las simetrías propias, los frisos y los mosaicos. Cada una de estas tres zonas da acceso a pantallas similares a las que vamos a ver ahora.

Nosotros nos vamos a centrar en los frisos. Si pulsamos sobre esta opción aparece la pantalla que vemos en la imagen 9.

Aquí observamos tres opciones distintas que son la definición, la construcción y la identificación. Cada una de ellas la tratamos a continuación:

Definición. En esta zona de la aplicación se nos muestra la definición de un friso como observamos en la pantalla de la imagen 10. Además, nos ofrece una pantalla interactiva que nos muestra la forma de conseguir un friso a través de aplicar uno o más movimientos. Solamente deberemos seleccionar en la zona inferior de esa pantalla el tipo o tipos de movimientos que deseamos aplicar para conseguir uno.

Construcción. en esta zona de la aplicación aparecen distintos frisos construidos y podemos interactuar con la pantalla de forma que se nos muestre cómo ha sido construido paso a paso. En la pantalla que aparece en la imagen 11 observamos la construcción de uno de estos frisos. Solamente deberemos seleccionar en la parte superior de la pantalla el friso que nos gusta y, una vez colocado en la parte inferior de la misma, nos mostrará la forma de generarlo, es decir, los movimientos que han sido necesarios.

Identificación. Ya en la parte de identificación nos aparece la pantalla que observamos en la imagen 12. Allí podemos seleccionar una de las imágenes que aparece en la zona superior y en la zona inferior nos indicarán la forma de identificar los movimientos que se necesitan realizar para construir ese friso.

Como hemos comprobado, esta aplicación es bastante completa y supone un recurso excelente para la explicación y el estudio de los diferentes movimientos en el plano. Es recomendable utilizarla a par-



Imagen 9. Estudio de frisos

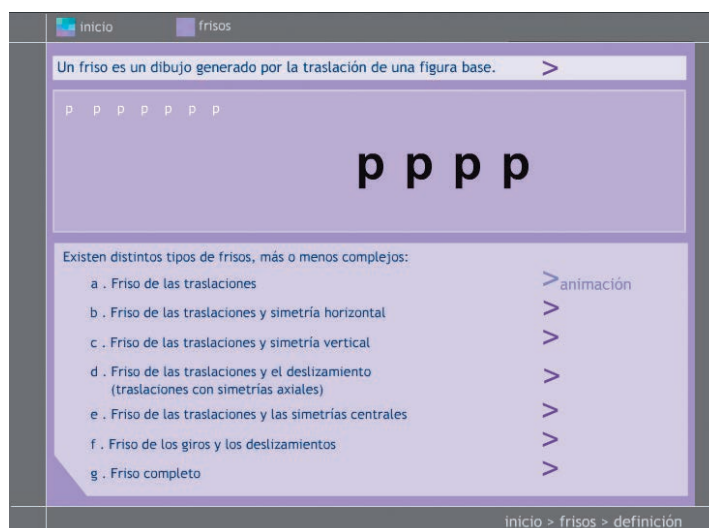


Imagen 10. Definición de un friso

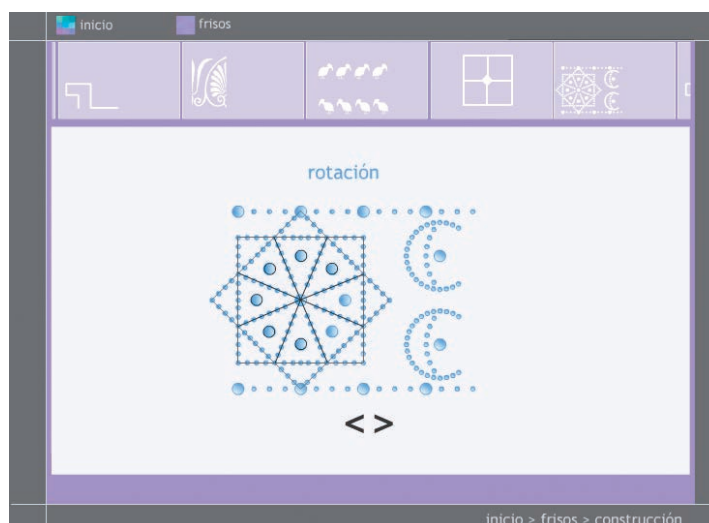


Imagen 11. Construcción de un friso

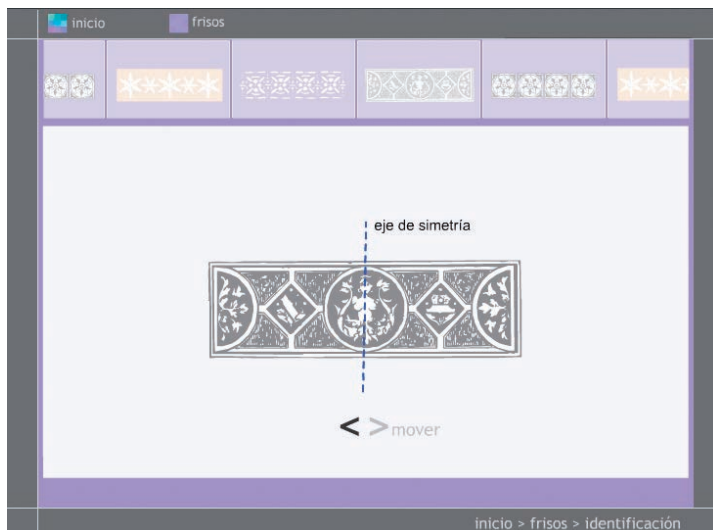


Imagen 12. Identificación de un friso

tir de tercero de la ESO, sacándole un mayor rendimiento a la parte visual en los cursos más inferiores.

Concluimos esta primera parte del estudio de los movimientos en el plano confeccionando la correspondiente *ficha educativo-técnica* de esta aplicación.

Ficha educativo-técnica

Nombre	Movimientos en el plano
Sistema	Cualquier sistema operativo. No necesita <i>plugin</i> de <i>Flash</i> .
Descarga	Directamente en la red: < http://www.ite.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2003/movimientos > Descarga: < http://descargas.pntic.mec.es/contenidos/premios_curriculares/2004/zip_2004/movimientos_plano.zip >
Licencia	Libre uso en educación
Contenido	Transformaciones en el plano: movimientos, homotecia, frisos y mosaicos.
Nivel	A partir de 3º de ESO
Metodología	Aplicación para utilizar en la enseñanza de los movimientos y para la práctica por parte del alumnado. En esta última parte es aconsejable el uso de forma individual.

MARIANO REAL PÉREZ
<matemastic@revistasuma.es>
CEP de Sevilla