suma+ 65
Noviembre 2010, pp. 57-67

Estudio y práctica del álgebra matricial con una aplicación TIC didáctica y sencilla

A lo largo de los distintos números de *Suma* nos planteamos en esta sección descubrir distintas aplicaciones informáticas que sean útiles para las matemáticas. Aunque por regla general nos hemos centrado en aplicaciones propias de sistemas operativos libres de forma que estén a disposición del docente y éste tenga la posibilidad de utilizarlas gratuitamente y modificarlas adaptándolas a sus necesidades, en alguna ocasión hemos tratado aplicaciones que, con estas mismas características encontramos disponible en la Red y que no son específicas del software libre. En este número nos proponemos abordar una de esas aplicaciones denominada "Álgebra Matricial".

La aplicación Álgebra Matricial se encuentra en el portal de recursos del ITE, anterior ISFTIC, antiguo CNICE ó PNTIC ya que fue una de las aplicaciones premiadas en el año 2000 dentro de los premios que se conceden a la creación de nuevas aplicaciones educativas TIC.

Los autores de la misma son Cristina Díaz Sordo y Luis Vaamonde Portas y, como ellos mismos indican, este programa está dirigido tanto a alumnos como a profesores de matemáticas.

El potencial de este software se localiza en tres puntos:

– Por una parte, que puede ser utilizado con cualquier sistema operativo. Solamente debemos disponer de un navegador en el que visualizar las webs creadas y en el que utilizando el motor de Java, se visualice la configuración en cada momento del applet utilizado.
– La aplicación es interactiva permitiendo la manipulación por parte del alumno o del profesor para visualizar ejercicios distintos que se generan aleatoriamente gracias a una sencilla interacción con la aplicación.
– Permite el estudio y la práctica de todo lo referente al álgebra de matrices y a la resolución de sistemas de acuaciones.

El software "Álgebra matricial" lo localizamos en la siguiente dirección de Internet:

http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2000/algebra/index.html

Cuando accedemos a esta dirección observamos la ventana que aparece en la Imagen 1.

Mariano Real Pérez
CEP de Sevilla
matemastic@revistasuma.es

Imagen 1

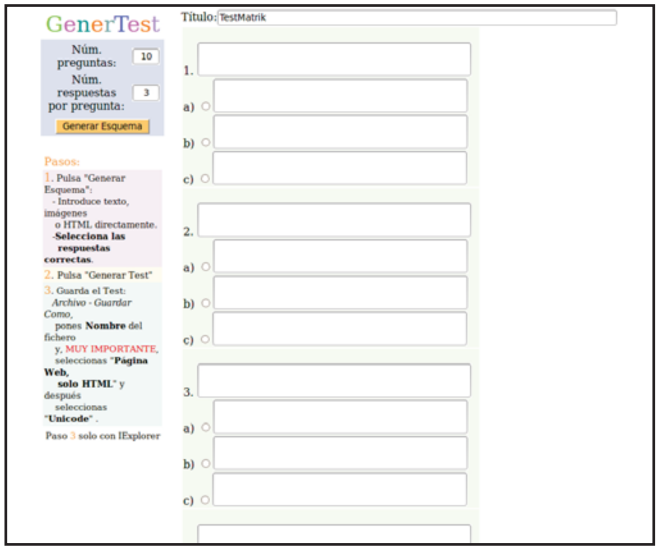

Imagen 2

Ya en esta ventana inicial nos informan de que este material surge a partir de los distintos niveles de uso que se observan y de la cantidad de prácticas que exige el aprender el tratamiento y álgebra de matrices.

En la imagen 1 ya observamos el potencial más relevante de la aplicación que es la generación aleatoria de matrices. En esta pantalla aparece un botón central llamado “Generar” de forma que cada vez que lo pulsamos observamos que a su izquierda aparece una matriz de orden 3×3 nueva.

También se nos informa sobre las distintas herramientas con las que cuenta la aplicación. Entre ellas se cita un test de autoevaluación, una calculadora matricial, un generador de prácticas, un generador de ejemplos y un generador de ejercicios.

A lo largo de los distintos puntos que componen el tema se van utilizando unos u otros dependiendo de la adaptabilidad de cada uno de ellos a los contenidos que se estén tratando en cada momento. Posteriormente vamos a hacer un recorrido por cada uno de los apartados que componen la aplicación y observaremos cuando aparecen unos u otros.

Desde la pantalla inicial podemos acceder a lo que los autores han denominado la calculadora matricial. Es una calculadora normal con alguna función añadida. Para acceder a ella solamente debemos pulsar sobre el icono que aparece en la zona inferior derecha de la imagen 1.

Desde esta pantalla inicial también podemos acceder a otra herramienta que nos puede resultar muy útil, no solamente para el tema de matrices, sino para cualquier otro tema que vayamos a enseñar. Esta otra herramienta es la que se llama “GenerTest” que nos permite diseñar test de selección múltiple interactivos sin necesidad de tener conocimientos de programación. Para acceder a ella debemos pulsar sobre la palabra “GenerTest” que aparece en la zona inferior de la imagen 1. Seguidamente observaremos que aparece una nueva pantalla en la que debemos seleccionar el número de preguntas de que va a constar el test y el número de respuestas que propondremos para cada pregunta. Al pulsar sobre “Generar” observamos que aparece una pantalla como la que observamos en la imagen 2.

Ahora ya podremos escribir cada una de las preguntas y las posibles respuestas. De entre esas respuestas deberemos marcar la que sea correcta en cada caso. En nuestro caso hemos generado un test que contiene 10 preguntas y 3 opciones para cada una de esas preguntas.

Entramos ahora en materia haciendo un recorrido por los distintos apartado que componen la aplicación.

1.- Definiciones: En este apartado se nos ofrecen las definiciones de algunos tipos de matrices, dando en cada caso un ejemplo de cada una de ellas. Estas definiciones las podemos observar en la imagen 3.

Al final de esta pantalla observamos un enlace a un test sobre lo explicado en esta página.

Este tipo de test va a aparecer en todos los campos de contenidos en los que está dividida la aplicación y van a poner a prueba los contenido teóricos que, sobre esa parte, haya adquirido el alumno o alumna. Este tipo de test ha sido generado con GenerTest y podemos completarlos con otros posibles test que generemos nosotros con esa herramienta.

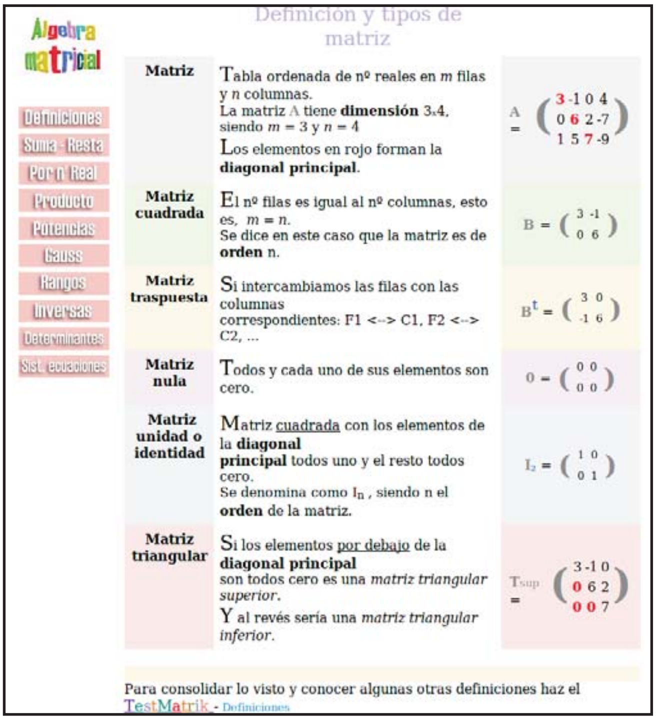

Imagen 3

2.- Suma de matrices: Bajo el título "Suma – Resta" accedemos a la zona de suma de matrices cuya pantalla contemplamos en la imagen 4.

En la pantalla se muestra un ejemplo de cómo debe realizarse una suma de matrices. Recordamos que la pretensión de esta aplicación es totalmente práctica y, aunque aparecen algunos contenidos teóricos, podemos observar que el profesorado ha debido o debe dejar claros todos los conceptos y propiedades teóricas. Así, en esta pantalla de suma y resta, se da por supuesto que el alumnado ya conoce que para poder sumar dos matrices, las dos deben tener el mismo orden.

En la zona media de la imagen 4 observamos una parte interactiva denominada EjerMatrik. En esta parte vamos a poder seleccionar la operación que deseamos realizar, suma o resta y, cada vez que pulsemos sobre el botón "Autogenerar" aparecerán dos matrices A y B que deberemos sumar o restar. Para ello, el alumnado deberá rellenar los cuadros correspondientes indicando la solución que propone. Una vez rellenos deberá pulsar sobre el botón "Comprobar" para que la aplicación compruebe si la operación se ha hecho bien. En una ventana emergente se le informará al alumno si lo ha hecho bien o, en caso de haberlo hecho mal, se le informará del primero de los fallos que se observa, Aunque haya más de un fallo, la aplicación solamente informará del primero. Una vez corregido le informará sobre el siguiente. En esta ventana nos puede parecer un poco pobre el tipo de ejercicios que propone ya que limita el orden de las matrices a 2×2.

Como sucedía en la ventana de definiciones, en la parte inferior de la imagen 4 observamos que aparece un enlace a TestMatrik en el que se propone un test de autoevaluación sobre lo aprendido en suma de matrices.

En la zona inferior de la imagen 4 aparece un enlace denominado CalcuMatrik. Al pulsar sobre este enlace accedemos a la ventana que observamos en la imagen 5.

En esta pantalla se le van a proponer distintos ejercicios a el alumnado relacionados con la suma y la resta de matrices, pudiendo posteriormente comprobar si la solución que han dado es la correcta o no.

El funcionamiento de esta pantalla es muy sencillo. Primero debemos elegir si deseamos sumar o restar matrices. Posteriormente indicaremos el número de filas y de columnas de las matrices A y B y seguidamente pulsaremos sobre el botón "Generar matrices". En este momento se generarán dos matrices A y B de forma aleatoria. Una vez que el/la alumno/a haya realizado la operación que se le propone, podrá comprobar si la solución a la que llega es la correcta. Para ello solamente debe pulsar sobre el botón "Haz cálculos" y le aparecerá la solución tal y como se aprecia en la parte de la derecha de la imagen 5 donde observamos que aparecen nuevamente

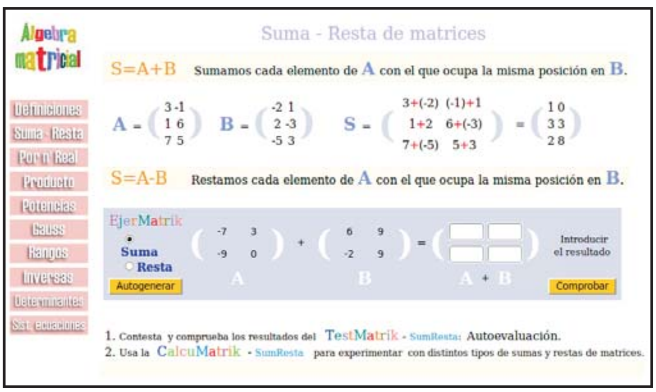

Imagen 4

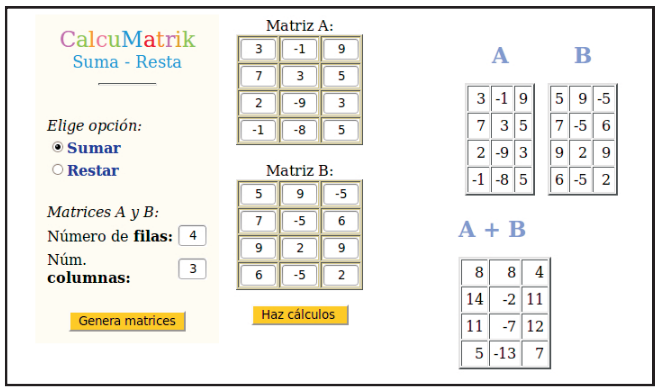

Imagen 5

las matrices A y B y la suma A+B. Así, el alumnado podrá comprobar si ha realizado la operación correctamente.

3.- Por número real: En esta zona de la aplicación se trata el producto de un número real por una matriz. Al acceder a la misma se nos muestra una pantalla parecida a la imagen 4. En esta pantalla nos indican como se realiza el producto de un número real por una matriz. Además, en la zona central aparece una parte interactiva. Si pulsamos el botón "Autogenerar" aparecerá un número aleatoriamente y una matriz de orden 2×3. En los huecos que aparecen a la derecha, el alumnado deberá indicar la solución de multiplicar el número por la matriz. Podemos generar tantos ejercicios interactivos como deseemos. Bueno, tantos como deseemos no, en realidad, si hacemos los cálculos, solamente podremos ver 893.871.739 ejercicios distintos.

En la zona inferior de esta página aparece un enlace llamado TestMatrik en el que se propone un test de autoevaluación sobre lo aprendido en relación al producto de un número por una matriz.

4.- Producto: Aquí accedemos a la parte en la que se trata el producto de matrices. Al entrar en esta zona aparece la pantalla que observamos en la imagen 6.

A estas alturas ya estamos familiarizados con lo que podemos encontrar en esta pantalla que observamos en la imagen 6. En la parte superior aparece recogida de forma teórica la forma en la que se hace el producto de dos matrices. Nuevamente, como habíamos indicado antes, el contenido teórico que aparece es breve. Por ejemplo, en esta parte se omite que para que dos matrices puedan multiplicarse, el número de columnas de la primera debe ser igual al número de filas de la segunda.

Debajo de esta zona y con fondo azulado aparece la parte de EjerMatrik en la que aparece indicada la operación del producto de dos matrices. En esta zona el alumno deberá escribir el resultado de la operación como práctica. El funcionamiento es semejante al que ya hemos mencionado en la pantalla de la suma, es decir, cada vez que pulsemos sobre el botón "Autogenerar" aparecerán dos matrices diferentes, pero de orden 2. Una vez que escribamos el resultado del producto, pulsando sobre el botón "Comprobar" podremos comprobar si el resultado que hemos propuesto es el correcto o no.

En la zona inferior aparece un enlace a TestMatrik que nos conduce a un test sobre el producto de matrices y cuando podemos realizar este producto. Justamente debajo aparece un enlace a CalcuMatrik que nos conduce a la pantalla que podemos observar en la imagen 7.

En esta pantalla ya observamos que nos indican que el número de columnas de la matriz A debe ser igual al número de filas de la matriz B. El funcionamiento es parecido a otras pantallas semejantes que ya hemos visto. En ésta debemos introducir el número de filas y columnas de la matriz A y el número de columnas de la matriz B. Además le indicamos si el tipo de números que deseamos utilizar, naturales o enteros. Una vez introducidos estos parámetros, pulsamos sobre el botón "Generar matrices" y nos genera aleatoriamente dos matrices A y B con los parámetros que le hemos indicado. Si deseamos conocer el resultado de ese producto solamente debemos pulsar sobre el botón "Producto A.B". Entonces nos aparecerá el resultado tal y como podemos observar en la parte derecha de la imagen 7.

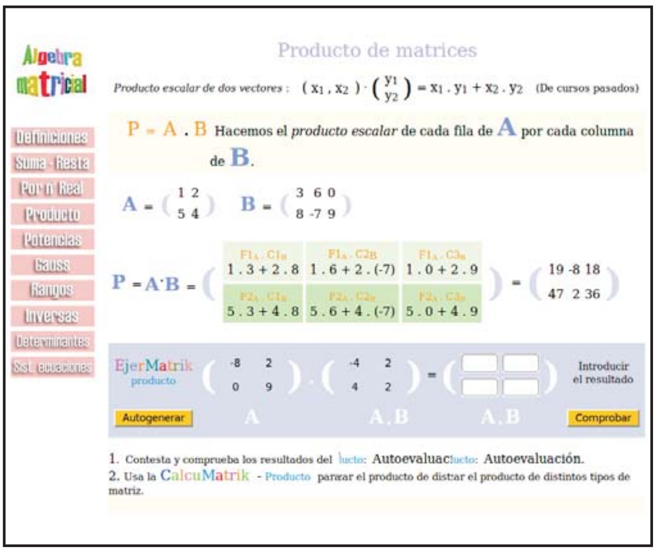

Imagen 6

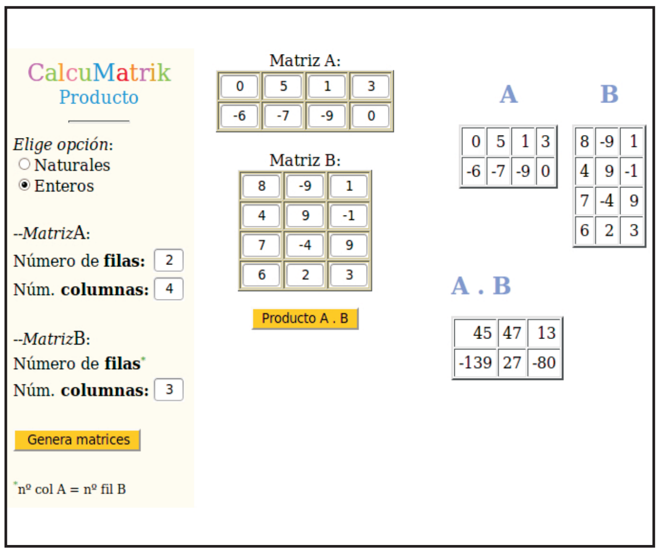

Imagen 7

5.- Potencias: En esta zona de la aplicación nos adentramos en la parte de la potencia de matrices. Al acceder nos encontramos con una pantalla parecida a la que observamos en la imagen 6.

Nuevamente, la parte superior de la pantalla que se abre nos ofrece una breve definición. Y como venimos indicando, el contenido de esta parte es muy básico. En este caso no se recoge, por ejemplo, que para calcular sucesivas potencias de una matriz, la matriz debe ser cuadrada. Justamente debajo de ella encontramos la zona de EjerMatrik en la que se nos ofrece la posibilidad de generar una matriz 2×2 de la que calcular sucesivas potencias. En el caso de las matrices que se generan deberemos calcular el cuadrado y el cubo de la matriz paso a paso, es decir, primero calculamos el cuadrado, pulsamos sobre el botón “Comprobar” correspondiente. Si la operación ha sido realizada correctamente se nos completará automáticamente la parte inferior en la que en un principio aparecen las matrices pero sus elementos son asteriscos. Posteriormente calculamos el cubo y pulsamos sobre el otro botón “Comprobar” para ver si hemos realizado la operación correctamente.

En la parte inferior de la pantalla aparecen dos enlaces. Uno a TestMatrik que nos conduce a un test sobre la potencia de matrices. En la mayoría de estos test se hace referencia a contenidos teóricos que no aparecen recogidos en la aplicación pero a los que se ha podido llegar de forma deductiva a través de la práctica. El otro enlace nos conduce a CalcuMatrik.

En la imagen 8 podemos observar esta pantalla nueva.

La forma de utilizar esta pantalla es bastante simple y semejante a la de otras que ya hemos tratado. En este caso debemos indicar el orden de la matriz de la que deseamos calcular su potencia y debemos indicar el exponente. El orden de la matriz, a lo sumo puede ser 4 y el exponente, a lo sumo puede ser 6. En nuestro caso, en la pantalla que aparece en la imagen 8 le hemos indicado que el orden de la matriz sea 4 y el exponente 6. Pulsamos sobre “Generar matriz” y nos genera la matriz A. Una vez que realicemos los cálculos de forma manual, podemos pulsar sobre el botón “A elevada a n” y nos aparecerá todo lo que observamos en la parte derecha de la imagen, es decir, todas las potencias sucesivas de la matriz A hasta llegar a la que le hemos indicado. Así podremos comprobar si hemos realizado los cálculos correctamente.

6.- Gauss: La aplicación recoge en esta parte el método de triangularización de Gauss. En la pantalla a la que accedemos y que podemos observar en la imagen 9, se nos ofrecen dos ejemplos de cómo aplicar este método de triangularización para matrices. En un contenido un poco más extenso de lo que hemos observado en pantallas anteriores nos indican los posibles cambios que podemos efectuar en las matrices para conseguir su triangularización. Indicaciones como intercambiar dos filas, sustituir una fila por si misma multiplicada por un número distinto de cero o sustituir una fila por sí misma multiplicada por un número distinto de cero y sumada o restada a otra fila también multiplicada por un número distinto de cero aparecen ejemplificadas en esta pantalla.

Al final de la pantalla que contemplamos en la imagen 9 observamos que aparecen tres enlaces. El primero de ellos es al clásico test que venimos observando en nuestro recorrido. En este caso, el test sobre el método de Gauss se compone de 6 preguntas.

El segundo de estos enlaces es a EjerMatrik, en este caso de nivel 1. En esta parte se proponen ejercicios guiados para aplicar el método de triangularización de Gauss. Son ejercicios parecidos a los que se observan en la imagen 10, con la diferencia de que las matrices que genera, el elemento a_{11} es 1.

El tercero de estos enlaces es a EjerMatrik, en este caso de nivel 2. En la imagen 10 podemos observar la pantalla que aparece.

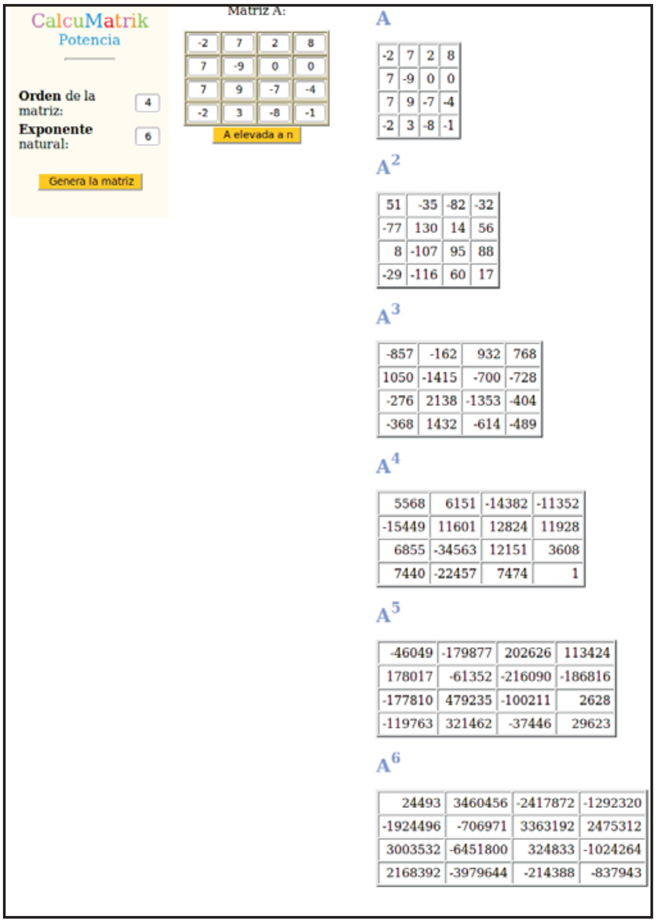

Imagen 8

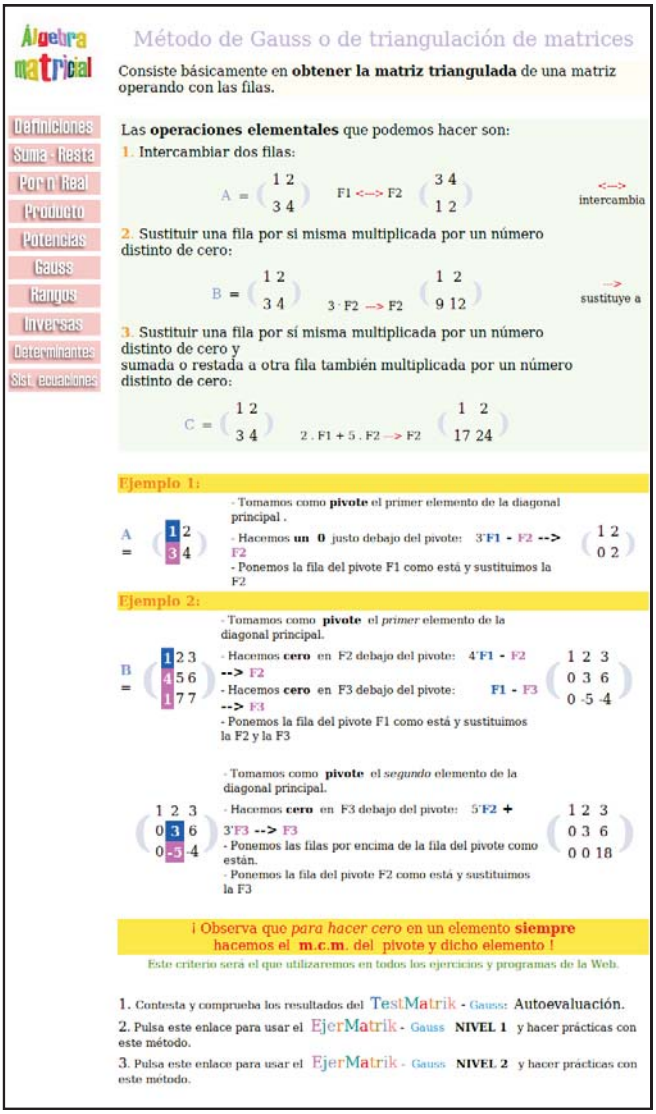

Imagen 9

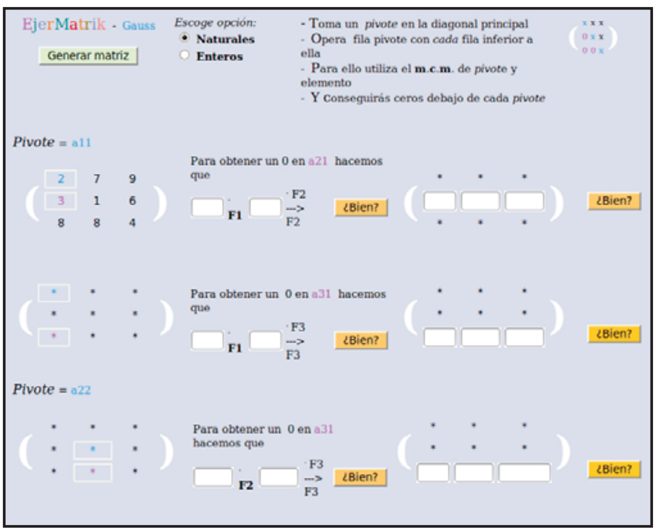

Imagen 10

En esta pantalla elegimos el tipo de números con los que deseamos que generar la matriz que queremos triangularizar. Una vez seleccionado el tipo de número, pulsamos sobre el botón "Generar matriz" y nos aparece la matriz a triangularizar. Observamos que el orden de esta matriz siempre es 3×3. Seguidamente vamos resolviendo el problema de forma guiada. En cada paso deberemos indicar la combinación lineal que vamos a realizar para conseguir el objetivo que nos proponen. Por ejemplo, el primero de los objetivos es hacer que el elemento a_{21} sea un cero. Una vez que escribamos el número por el que pretendemos multiplicar la fila F1 y la fila F2 para sustituir esta última por esa combinación lineal, debemos pulsar sobre el botón "¿Bien?" Para comprobar si esa combinación lineal sería la exactamente correcta, es decir, existen varias combinaciones lineales con las que conseguir que el elemento a_{21} sea cero, pero sólo una es la que nos proporcionará números más pequeños y enteros, que será la relacionada con el mínimo común múltiplo.

En el caso en el que la combinación lineal que hayamos propuesto sea la correcta, aparecerán en la siguiente matriz los elementos que aparecen iguales y podemos escribir en las casillas correspondientes los números que aparecerían en las casillas que se modifican.

De esta forma, paso a paso, vamos consiguiendo triangularizar la matriz utilizando el método de Gauss.

7.- Rangos: En esta parte de la aplicación se trata el rango de las matrices. Cuando accedemos a esta parte observamos la pantalla que aparece en la imagen 11.

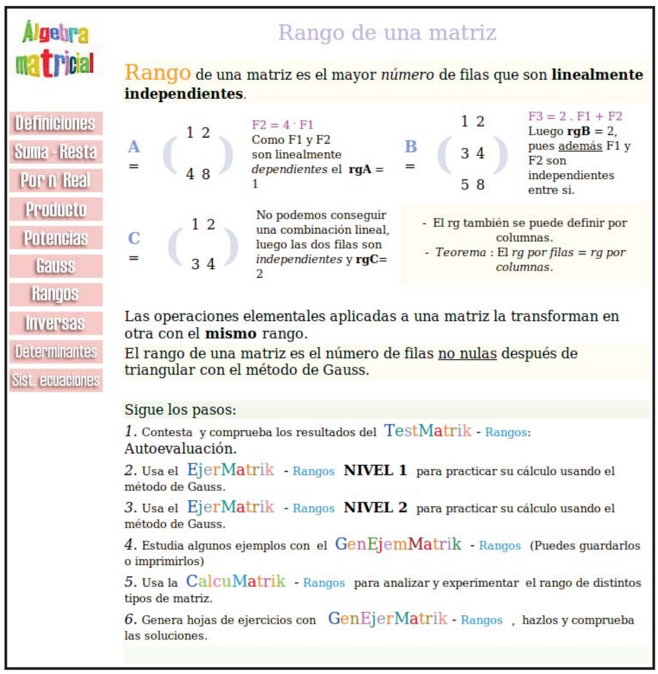

Imagen 11

Se puede apreciar, como sucedía en pantallas anteriores, que al principio de la misma aparece desarrollado parte del contenido teórico con algunos ejemplos. En cuanto a actividades, esta es una de las pantallas más completa que podemos encontrar.

La primera que aparece es una actividad test. Para acceder a ella solamente tenemos que pulsar sobre el enlace TestMatrik. Es un test con el mismo formato que los que hemos estado viendo en las páginas anteriores.

Debajo de este test encontramos dos enlaces a actividades guiadas con EjerMatrik. Una de ellas de nivel 1 y otras de nivel 2. Tanto en uno como en otro nos proponen el cálculo del rango de una matriz a través del método de triangularización de Gauss. Son dos pantalla similares a las que hemos podido contemplar en la imagen 10, en las que se va triangularizando la matriz paso a paso. Evidentemente, en esta pantalla también se nos ofrece la posibilidad de generar matrices distintas a las que calcularles el rango.

Otro de los enlaces que encontramos aparece en el punto 4 y se denomina GenEjemMatrik. Al pulsar accedemos a la pantalla que aparece en la zona superior de la imagen 12.

En esta ventana debemos indicar el número de filas y el de columnas de la matriz. Posteriormente seleccionamos el tipo de números que deseamos utilizar, naturales o enteros y, para finalizar, pulsamos sobre el botón “Generar matriz”. En ese momento aparecerá aleatoriamente una matriz A con las características que hayamos marcado. Tras realizar el ejercicio, podemos comprobar si el resultado que hayamos obtenido es el correcto pulsando sobre el botón “Rango de A”. Si hacemos esto se nos abrirá una nueva ventana en la que aparecerá el proceso seguido aplicando el método de Gauss para calcular el rango de la matriz A. Esta nueva pantalla la podemos ver en la parte inferior de la imagen 12.

Debajo de este enlace que hemos tratado aparece otro denominado CalcuMatrik que tiene un funcionamiento parecido al descrito anteriormente. Debemos indicar el número de filas, el de columnas y el tipo de números que vamos a utilizar. Ya hemos visto anteriormente el funcionamiento de pantallas como a la que accedemos pulsando sobre este enlace.

El último de los enlaces que completa la página de rangos es el denominado GenEjerMatrik. Aquí accedemos a una interesante pantalla de configuración que observamos en la parte superior de la imagen 13.

En esta pantalla vamos a configurar las opciones que deseamos de forma que nos genere una pantalla de ejercicios con los que practicar el cálculo del rango de una matriz. En esta pantalla vamos a indicarle los siguientes aspectos:

a) El número de ejercicios que deseamos que nos genere la aplicación.
b) El número de filas y de columnas que deseamos que tengan las matrices que genere. Podemos indicarle que todas tengan el mismo número de filas y columnas o que genere las matrices con un número de filas y columnas aleatorio cada una de ellas.

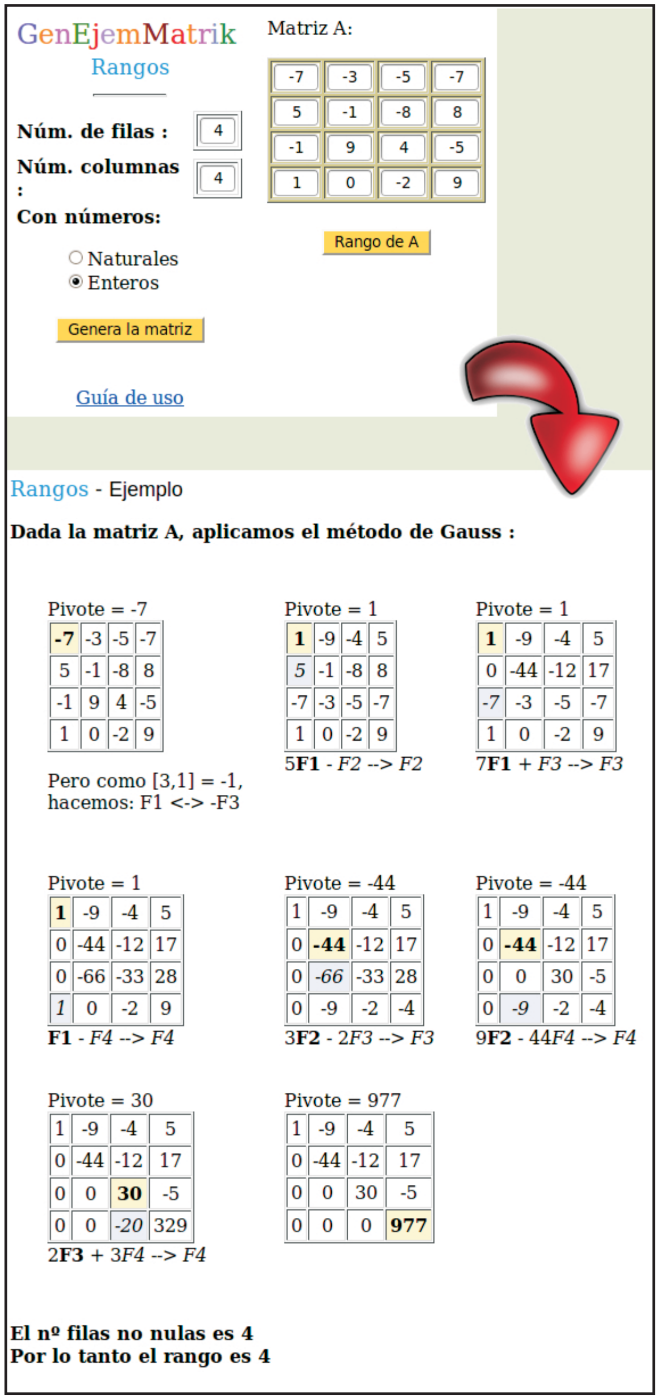

Imagen 12

c) Podemos indicarle si deseamos que aparezcan las soluciones de los ejercicios que proponga. Por defecto aparecen. Si deseamos que no sea así se lo debemos indicar.

d) Ya en el aspecto estético de los ejercicios seleccionaremos si queremos que las matrices aparezcan con bordes o sin ellos o si deseamos que aparezcan encuadradas o no.

e) Para finalizar, debemos seleccionar el tipo de números que deseamos que se utilice para generar las matrices indicadas. Podremos seleccionar entre números enteros o naturales.

Una vez que todo esté como pretendemos, solamente debemos pulsar sobre el botón “Generar ejercicios”. Si hacemos esto nos aparecerá una relación de ejercicios como la que observamos en la parte inferior de la imagen 13, en la que observamos que ha generado 6 ejercicios.

8.- Inversas: En este apartado de la aplicación vamos a trabajar sobre el cálculo de la matriz inversa. Al acceder a esta parte de la aplicación observamos una pantalla como la que aparece en la imagen 14.

Al principio de esta parte, como viene siendo habitual, aparece de pasada una parte teórica sobre el aspecto que estamos tratando. En este caso sobre la matriz inversa. Posteriormente aparece un ejemplo resuelto y al final accedemos a la zona que más nos puede interesar. En esta zona encontramos una distribución parecida a la que hemos desarrollado en el punto del cálculo del rango de una matriz, por lo que os invitamos a que vayáis descubriendo algunos de los aspectos que tratan los ejercicios que proponen. A partir de aquí, las pantallas se van repitiendo en cada una de las temáticas que trata la aplicación, pero con los ejercicios dirigidos a esa temática.

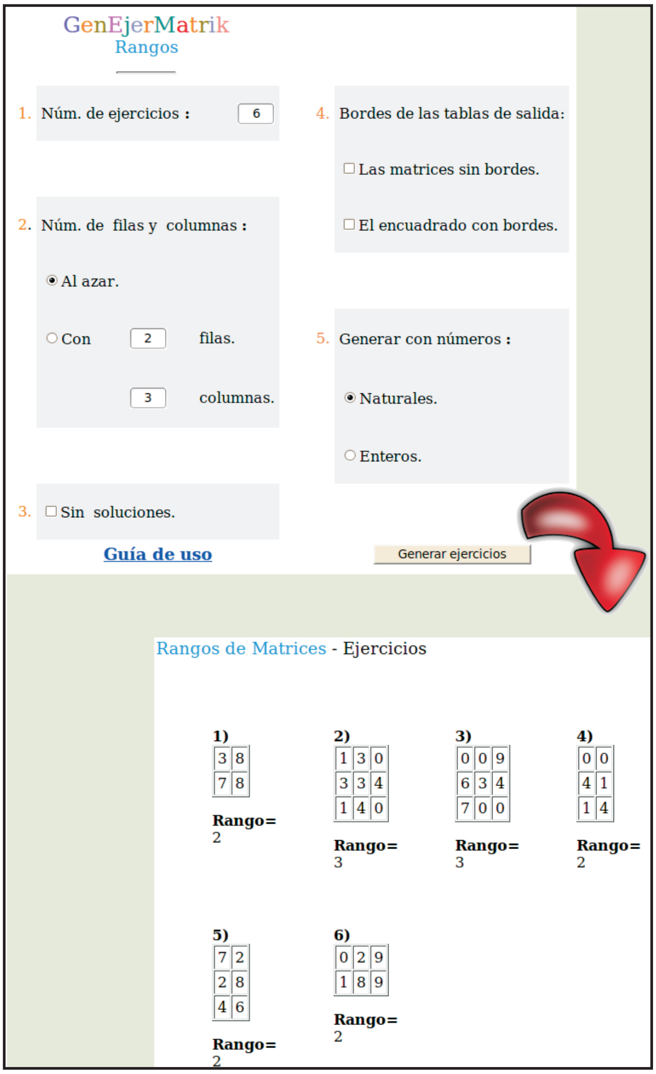

Imagen 13

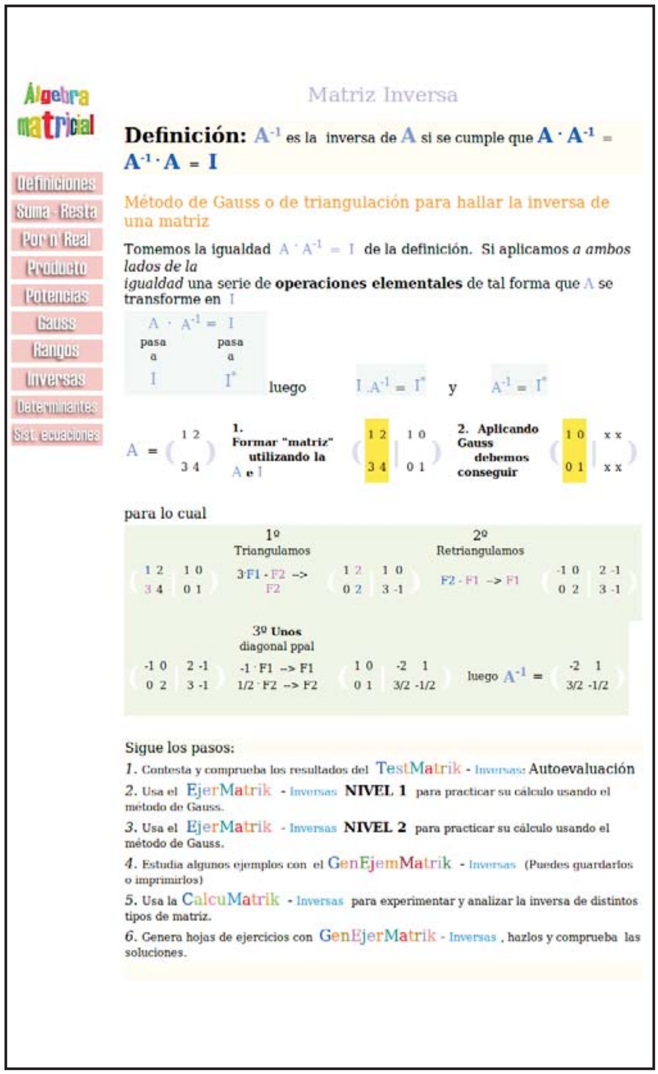

Imagen 14

9.- Determinantes: Al entrar en esta parte observamos la pantalla que aparece en la imagen 15.

Observamos que al principio de la pantalla se nos ofrece la forma de calcular el determinante de una matriz 2×2 y seguidamente aparecen varios ejemplos sobre el cálculo de determinantes.

La propuesta que realiza la aplicación es el cálculo del determinante de una matriz a partir de la triangularización de la misma.

Al final de la página aparecen 5 enlaces que vamos a citar. Son enlaces de los que ya hemos visto en páginas anteriores ejemplos.

El primero hace referencia a un test de 6 preguntas sobre determinantes. El segundo y el tercero son enlaces a la zona de EjerMatrik. Son ejercicios guiados para el alumnado sobre el cálculo de determinantes. El cuarto, "GenEjemMatrik" nos genera un ejercicio sobre determinantes a partir de unos parámetros introducidos previamente. El enlace CalcuMatrik nos ofrece un ejercicio creado aleatoriamente sobre el cálculo de determinantes. Una vez generado el ejercicio, podemos observar la resolución guiada del mismo. El último de los enlaces que observamos en la imagen 15 hace referencia a "GenEjerMatrik". Éste nos genera una página con tantos ejercicios sobre determinantes como le hayamos indicado en la configuración inicial. La pantalla es parecida a la que pudimos observar en la imagen 13.

10.- Sistemas de ecuaciones: La última de las herramientas que nos ofrece la aplicación está encaminada a la práctica sobre la resolución de sistema de ecuaciones. La pantalla a la que accedemos es muy parecida a la que hemos podido contemplar en la imagen 15, pero su contenido hace referencia a los sistemas de ecuaciones.

Al final de la pantalla aparecen 5 enlaces que vamos a citar como hemos hecho en el caso de la resolución de determinantes. Son enlaces de los que ya hemos visto en páginas anteriores ejemplos.

El primero hace referencia a "TestMatrik", un test de 6 preguntas sobre sistemas de ecuaciones, su resolución y su compatibilidad. El segundo y el tercero son enlaces a la zona de EjerMatrik. Son ejercicios guiados para el alumnado sobre la resolución de sistemas de ecuaciones. En la imagen 16 podemos observar la pantalla correspondiente a "EjerMatrik" de nivel 2.

El cuarto, "GenEjemMatrik" nos genera un ejercicio sobre determinantes a partir de unos parámetros introducidos previamente. El enlace CalcuMatrik nos ofrece un ejercicio creado aleatoriamente sobre el cálculo de determinantes. Una vez generado el ejercicio, podemos observar la resolución guiada del mismo. El último de los enlaces que observamos en la imagen 15 hace referencia a "GenEjerMatrik". Éste nos genera una

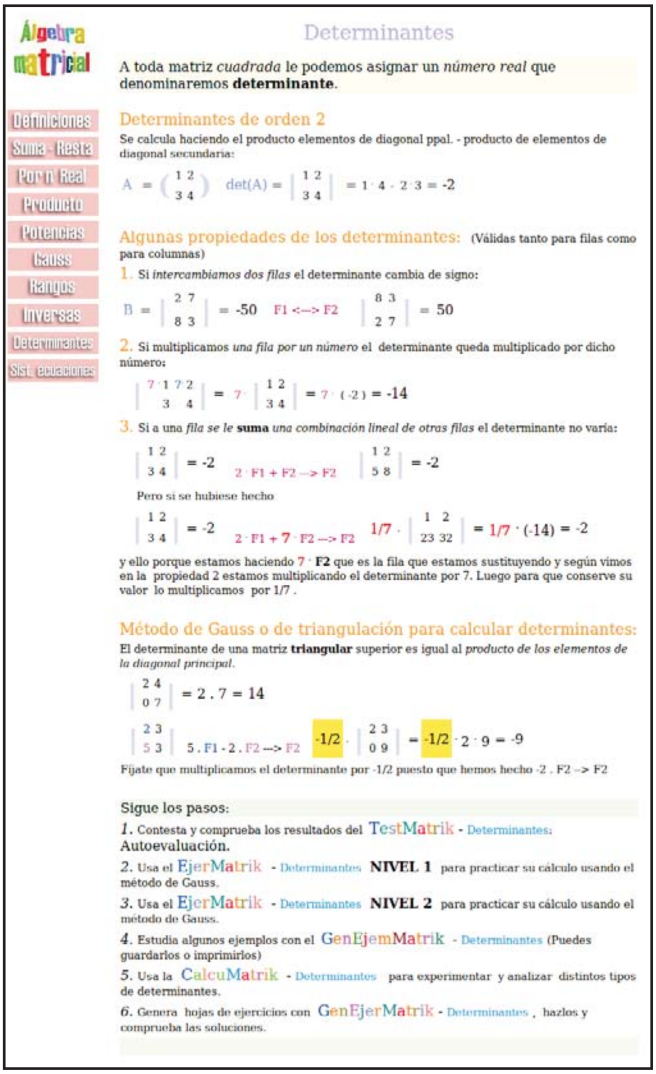

Imagen 15

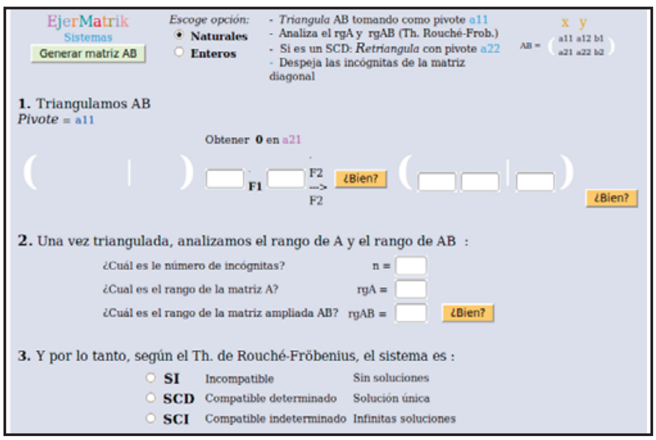

Imagen 16

página con tantos ejercicios sobre determinantes como le hayamos indicado en la configuración inicial. La pantalla es parecida a la que pudimos observar en la imagen 13.

11.- Guías de uso: La aplicación cuenta con dos guías que nos pueden resultar de ayuda. Una de ellas es la guía de utilización de la aplicación para el alumnado. Esta guía la encontramos en la siguiente dirección:

http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2000/algebra/doc/guialumno.doc

En ella se muestran pantallas con las que se encontrará el alumnado y la composición de las mismas, además de la forma de utilizar e interactuar con cada una de ellas.

Una segunda guía, la del profesorado, la encontramos en la siguiente dirección:

http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2000/algebra/doc/guiaprofesor.doc

En ella se hace un recorrido aproximativo por la aplicación y se indica la forma en la que de ha ido construyendo cada una de las pantallas con las que se encontrará el alumnado y la forma que se ha utilizado para elaborar cada uno de los test que aparecen en la aplicación.

Como hemos podido ver a lo largo de este recorrido, la aplicación "Álgebra matricial" es una herramienta que nos facilita la aplicación y la práctica de aquello que han estado estudiando los/as alumnos/as a lo largo del tema de matrices, ampliándolo a su aplicación en el estudio de sistemas de ecuaciones. Hemos comprobado también que en muchas ocasiones las características de las matrices que se utilizan o que nos proponen como ejercicio están limitadas en el número de filas y columnas y que los números que aparecen en dichas matrices son números enteros que oscilan entre -9 y 9. Pero evidentemente, a la hora del estudio matricial no se trata tanto complicar las operaciones que se deben hacer en un ejercicio, como de que los alumnos comprendan la utilidad de estos entes y sepan manejarlos, utilizar sus propiedades, etc. para resolución de ejercicios.

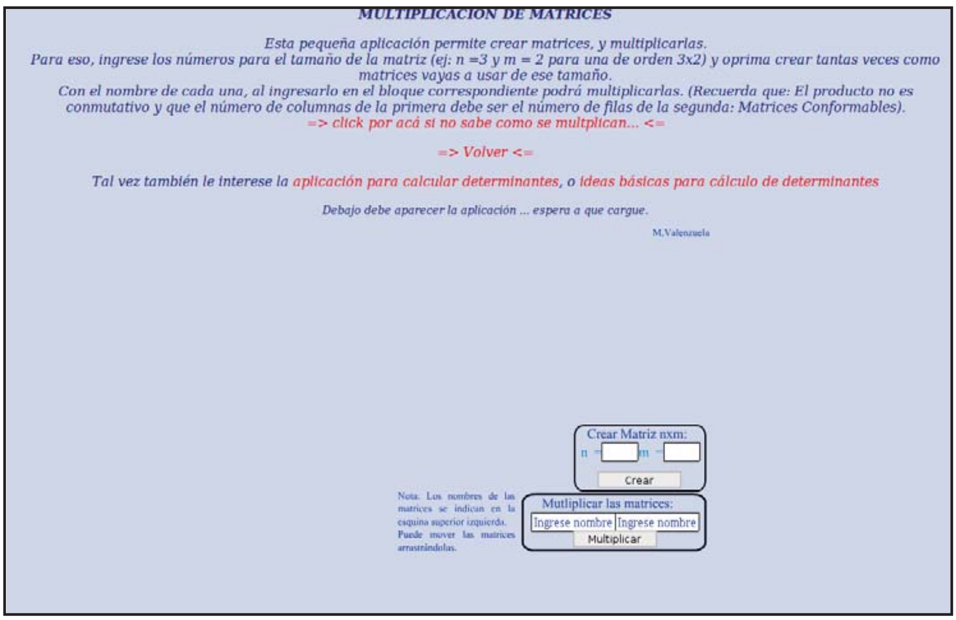

Imagen 17

También hemos podido comprobar que la aplicación es muy sencilla de utilizar ya que en cada ventana se van repitiendo los mismos formatos y enlaces de forma que el alumnado y el profesorado no se encuentre perdido o le suponga una dificultad añadida su utilización. Evidentemente, se trata de un software específicamente diseñado para la práctica de ejercicios que estén relacionados con las matrices y que enuncia o propone la propia aplicación. Para ejercicios derivados de enunciados que estén relacionados con las matrices o provenientes de otros medios sería cuestión de utilizar otros medios ya que la aplicación no ha sido diseñada con ese fin, sino con el de facilitar la práctica de ejercicios relacionados con las matrices, sus operaciones y la aplicación a los sistemas de ecuaciones.

Si lo que se pretende es resolver problemas específicos sobre matrices, operaciones, determinantes, sistemas de ecuaciones... deberemos recurrir a una software más generalista como Wxmaxima que ya hemos tratado en números anteriores en este apartado de la revista *Suma*.

Existen además, una gran cantidad de webs que nos pueden resultar útiles a la hora de trabajar las matrices. Una de ellas, por ejemplo, la encontramos en la dirección:
www.marcelovalenzuela.com/matrices/producto-de-matrices.php

Al acceder a esta página nos aparece la pantalla que observamos en la imagen 17.

En esta dirección encontramos una web para realizar el producto de matrices. El funcionamiento de esta página es bastante sencillo. Lo primero que debemos hacer es introducir las dos matrices que deseamos multiplicar. Para ello escribimos el orden de la matriz en el lugar correspondiente que aparece en la zona inferior de la web, donde leemos "Crear matriz *n*×*m*" le indicamos el valor de *n* y el valor de *m*. Una vez escritos estos valores pulsamos el botón "Crear". En ese momento aparecerá la matriz con los huecos correspondientes que deberemos completar. En nuestro caso le vamos a dar una matriz de orden 7×8. Observamos que encima de la matriz aparece el nombre de la misma, en este caso "m781". Este nombre lo utilizaremos posteriormente. Una vez introducida la primera matiz, introducimos la segunda. Para ello repetimos el mismo proceso que hemos seguido con la primera. Escribimos el orden (número de filas y número de columnas) y pulsamos el botón "crear". En nuestro caso el orden de la segunda matriz va a ser 8×3. Introducimos los valores de la matriz observando que el nombre que le ha dado a ésta es "m832". Podemos seguir introduciendo matrices, pero nosotros solamente vamos a introducir estas dos. La aplicación nos ofrece la posibilidad de arrastrar las matrices introducidas y colocarlas en otra parte de la pantalla.

Una vez introducidas las dos matrices, vamos a proceder a multiplicarlas. Para ello, observamos que en la parte inferior de la web aparecen dos ventanas en la que nos hemos escrito nada y que contienen el texto "Ingrese nombre". En la primera de esas ventanas debemos introducir el nombre de la primera matriz que vamos a multiplicar, en nuestro caso "m781" y en la segunda ventana el nombre de la segunda, en nuestro caso "m832". Seguidamente pulsamos sobre el botón "Multiplicar" y aparece una nueva matriz vacía, con las dimensiones que debe tener la matriz resultante del producto. Encima de la misma aparece su nombre, en nuestro caso "r73".

Debajo de ella aparece un botón llamado "Calcular". Si pulsamos sobre este botón, nos aparece la matriz que resulta del producto. En la imagen 18 podemos observar como queda la

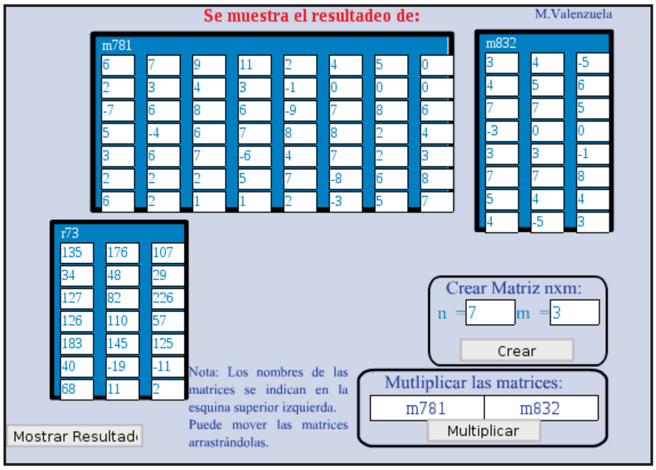

Imagen 18

pantalla al final con los datos que hemos introducido.
Esta página se la debemos al profesor Marcelo Valenzuela al igual que otra que tiene que nos proporciona el cálculo del determinante de una matriz y que podemos localizar en la dirección

http://www.marcelovalenzuela.com/det.php

y que nos permite calcular hasta el determinante de una matriz 6×6.

MATEMASTIC ■

Ficha educativo - técnica	
Nombre	Álgebra Matricial
Sistema	Es una aplicación multiplataforma, no dependiendo del sistema operativo y para la que basta con un navegador para poderla utilizar..
Descarga	La aplicación la localizamos en el portal de instituto superior del formación del profesorado y TIC. Concretamente en la dirección http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2000/algebra/index.html
Licencia	Software gratuito
Contenido	Matrices, operaciones, determinantes y sistemas de ecuaciones.
Nivel	Multinivelar: 2º de Bachillerato y estudios superiores.
Metodología	Aplicación para utilizar con el alumnado para resolver ejercicios de matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones.

Este artículo fue solicitado por *Suma* en junio de 2010 y fue aceptado en septiembre de 2010 para su publicación.